

3 MAGNETIZMUS A MAGNETICKÉ OBVODY

Ciele

Po preštudovaní kapitoly by mal byť študent schopný:

1. Definovať základné magnetické veličiny a uviesť ich jednotky
2. Charakterizovať magnetické pole v okolí priameho vodiča
3. Klasifikovať materiály z hľadiska ich magnetických vlastností a uviesť špecifické vlastnosti materiálov používaných v magnetických obvodoch
4. Vysvetliť funkciu cievky a definovať jej charakteristický parameter
5. Uviesť použitie analógie elektrických a magnetických obvodov pre ich analýzu
6. Definovať základné zákony pre analýzu magnetických obvodov a porovnať rozdiely medzi analýzou elektrických a magnetických obvodov
7. Prostredníctvom uvedených zákonov analyzovať jednoduché magnetické obvody

3.1 Úvod do magnetizmu

V úvodnej časti o elektrostatickom poli sme uvažovali špeciálny prípad v rámci elektromagnetizmu kedy sa elektrický náboj nepohyboval a sústredili sme sa na silové pôsobenie medzi nábojmi zo statického hľadiska. V prípade, že sa náboj bude pohybovať bude naň pôsobiť okrem sily elektrického poľa aj **magnetická sila**. Základnou veličinou charakterizujúcou silové pôsobenie magnetického poľa je **magnetická indukcia \mathbf{B}** , ktorú môžeme definovať ako silu, ktorou pôsobí elektromagnetické pole na časticu s elementárnym nábojom q pohybujúcou sa rýchlosťou v

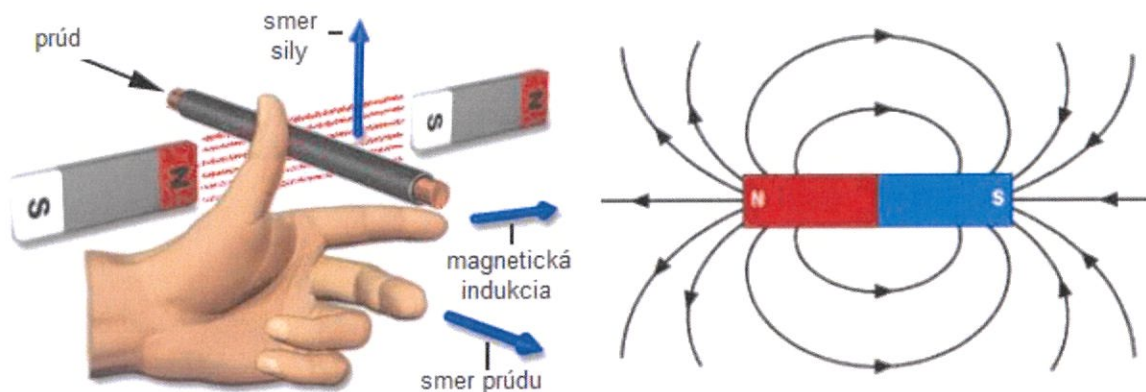
$$\boxed{B = \frac{F}{qv}} \quad (3.1)$$

Jednotkou magnetickej indukcie je **tesla** [T]. Magnetická indukcia je vektorová veličina, čo znamená, že okrem veľkosti má aj smer. Graficky znázorňujeme magnetické pole pomocou *magnetických siločiar*, ktoré charakterizujú rozloženie vektora \mathbf{B} (Obr. 3.1 vpravo). Vektor magnetickej indukcie \mathbf{B} má potom v každom bode magnetického poľa smer dotyčnice k siločiare. Z Obr. 3.1 je zrejmé, že siločiare magnetického poľa sú (na rozdiel od siločiar elektrického poľa) uzavreté do seba, a teda nemajú ani začiatok ani koniec.

V prípade, že je vodič pretekaný prúdom kolmý k smeru vektora \mathbf{B} , je možné silu pôsobiacu na tento vodič vyjadriť v nasledujúcej forme:

$$\boxed{F = BIl} \quad (3.2)$$

kde B – veľkosť magnetickej indukcie, I – veľkosť elektrického prúdu vo vodiči a l – aktívna dĺžka vodiča (dĺžka na ktorej je vodič vystavený účinkom magnetického poľa).

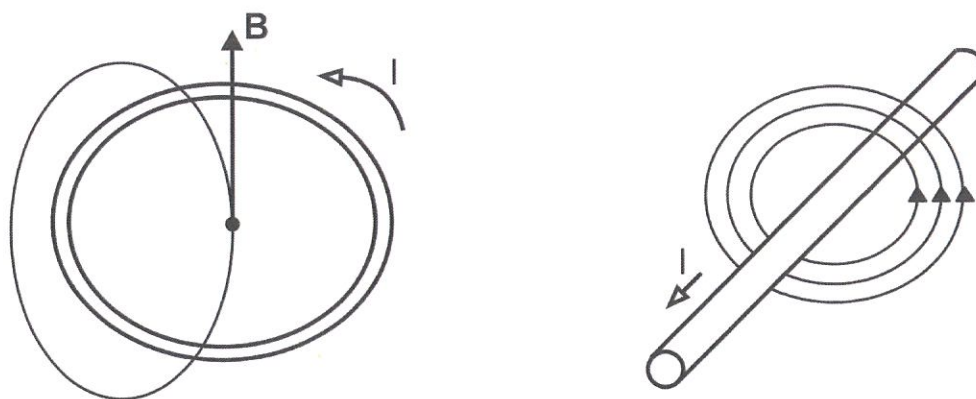


Obr. 3.1 Pravidlo ľavej ruky pre určenie smeru sily podľa smeru prúdu a smeru vektora magnetickej indukcie (vľavo) [21] a znázornenie magnetického poľa v okolí permanentného magnetu pomocou siločiar (vpravo) [22]

Vzťah 3.2 platí v takejto podobe len pre prípad homogénneho poľa (pole v ktorom má vektor \mathbf{B} v každom bode rovnaký smer aj veľkosť). V praktických prípadoch magnetických obvodov sa obvykle uvažuje homogénne magnetické pole čo významne uľahčuje výpočty. Hodnota vektora \mathbf{B} v danom bode v okolí vodiča závisí od jeho tvaru. Ak má vodič tvar kruhového závit (Obr. 3.2), magnetická indukcia v osi tohto závitú má veľkosť

$$B = \frac{\mu I}{2R} \quad (3.3)$$

kde μ - permeabilita (veľičina charakterizujúca prostredie z hľadiska magnetického silového pôsobenia) a R – polomer závitú. Uvažovanie vodiča v tvare závitú je dôležité z hľadiska vysvetlenia funkcie ďalšieho pasívneho prvku, ktorým je *cievka*. Smer vektora \mathbf{B} sa určuje pomocou tzv. *prvého pravidla pravej ruky*, podľa ktorého ak položíme pravú ruku na vodič tak, aby palec ukazoval smer prúdu, potom prsty ukazujú smer vektora magnetickej indukcie.



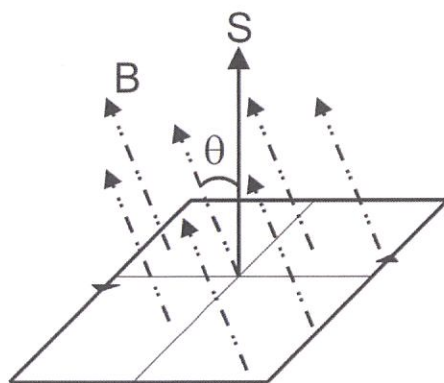
Obr. 3.2 Orientácia vektora \mathbf{B} v osi závitú pretekaného prúdom (vľavo) a rozloženie magnetického poľa v okolí priameho vodiča (vpravo)

Ďalšou veličinou pomocou ktorej je možné charakterizovať silové pôsobenie magnetického poľa je **magnetický tok** (ϕ). Táto veličina vyjadruje tok vektora magnetickej indukcie

nejakou plochou (Obr. 3.3). Ak predpokladáme homogénne magnetické pole, je možné magnetický tok vyjadriť:

$$\phi = BS \cos \theta \quad (3.4)$$

kde B – veľkosť magnetickej indukcie, S – veľkosť plochy ktorou tok vektora magnetickej indukcie uvažujeme a θ - uhol medzi vektorom magnetickej indukcie \mathbf{B} a normálou plochy \mathbf{S} . Jednotkou magnetického toku je **weber** [Wb]. Je zrejmé, že pokiaľ bude smer normály \mathbf{S} a vektora \mathbf{B} zhodný (vektor \mathbf{B} bude kolmý k ploche), bude kosínus uhla rovný 1 a veľkosť magnetického toku bude pre danú plochu a veľkosť magnetickej indukcie maximálna. Pri riešení praktických magnetických obvodov sa obvykle predpokladá homogénne magnetické pole, kde je vektor \mathbf{B} kolmý k ploche, ktorá predstavuje prierez daného magnetického obvodu (napríklad kruhový alebo štvorcový).



Obr. 3.3 Znárodnenie magnetického toku ako toku vektora magnetickej indukcie plochou (v tomto prípade ide o homogénne magnetické pole)

3.2 Permeabilita prostredia

Podobne ako v prípade silového pôsobenia v elektrickom poli, aj magnetické silové pôsobenie je závislé od prostredia v ktorom sa prejavuje. Ľubovoľná látka, ktorá sa nachádza vo vonkajšom magnetickom poli sa magnetizuje a dochádza k vzniku *dotatočného magnetického poľa*, ktoré ovplyvňuje vonkajšie magnetické pole. Jeho veľkosť a spôsob ovplyvnenia vonkajšieho magnetického poľa sa u rôznych látok líši, a preto ich rozdeľuje do troch skupín:

1. **diamagnetické** (napr. voda, kremeň, striebro, meď a i.)


Dotatočné magnetické pole diamagnetických látok má opačnú orientáciu ako vonkajšie magnetické pole a jeho účinok zoslabuje

2. **paramagnetické** (hliník, kyslík, vzduch a i.)

Dotatočné magnetické pole paramagnetických látok má rovnakú orientáciu ako vonkajšie magnetické pole a jeho účinok zosilňuje

3. **feromagnetické** (železo, kobalt, nikel a i.)

Dodatočné magnetické pole paramagnetických látok má rovnakú orientáciu ako vonkajšie magnetické pole a jeho účinok podstatne zosilňuje

 Spôsob akým sa rôzne typy látok správajú vo vonkajšom magnetickom poli je vysvetľovaný prostredníctvom prúdových slučiek v atómových tvoriacich magnetický dipól. Magnetický dipól vytvára magnetický moment (vektorová veličina), ktorý sa rovná súčinu prúdu slučkou a jeho plochou. Orientácia týchto slučiek rozhoduje o účinku dodatočného magnetického poľa – pokiaľ sú orientované náhodne (čo je v prípade ak nie je prítomné vonkajšie magnetické pole), je výsledné dodatočné magnetické pole nulové. V prítomnosti vonkajšieho magnetického poľa sa prúdové slučky orientujú tak, že vytvárajú nenulové dodatočné magnetické pole, ktoré ovplyvňuje vonkajšie magnetické pole – môžu ho buď zoslabovať alebo zosilňovať.

Vyššie uvedené účinky z hľadiska magnetických silových účinkov jednotlivých typov látok charakterizujeme pomocou **permeability**, ktorú môžeme vyjadriť v nasledujúcej podobe:

$$\mu = \mu_0 \mu_r \quad (3.5)$$

kde μ_0 - permeabilita vákua a μ_r - relatívna permeabilita. Jednotkou permeability je **henry na meter** [$\text{H}\cdot\text{m}^{-1}$]. Permeabilita vákua je konštanta, ktorej hodnota je $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H}\cdot\text{m}^{-1}$. Práve relatívna permeabilita charakterizuje z kvantitatívneho hľadiska schopnosť danej látky zosilňovať vonkajšie magnetické pole (para- a feromagnetické látky), pričom čím väčšia je táto hodnota tým je tento efekt výraznejší. Je to bezrozmerná veličina, ktorá udáva koľkokrát je permeabilita daného prostredia (látky) väčšia ako permeabilita vákua. Pre konštrukciu magnetických obvodov sa preto kvôli vysokým hodnotám relatívnej permeability používajú práve feromagnetické materiály.

3.3 Ampérov zákon celkového prúdu

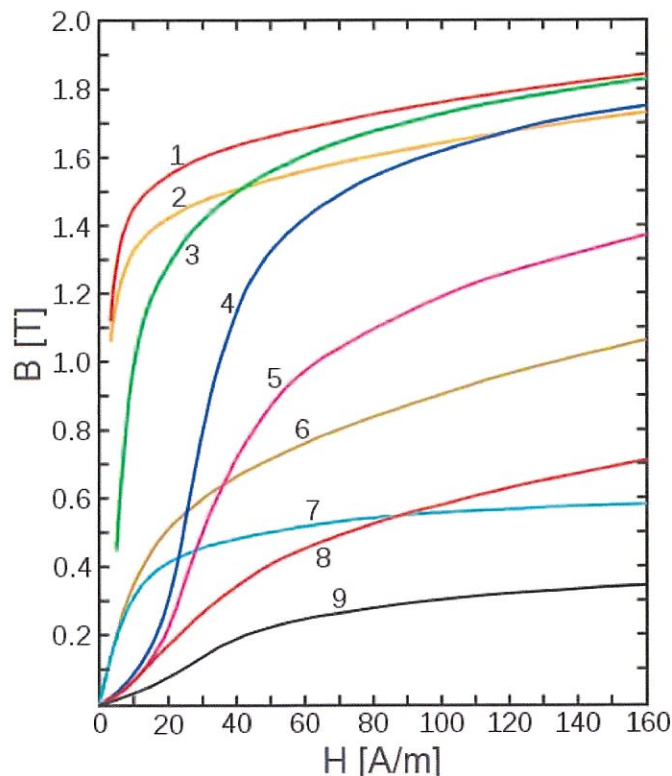
Ako bolo spomenuté v úvode kapitoly, účinky magnetického poľa sa začínajú prejavovať ak sa elektrický náboj pohybuje, t.j. ak vodičom preteká elektrický prúd. Z hľadiska analýzy magnetických obvodov je však dôležité vzťah medzi elektrickým a magnetickým poľom popísať matematicky. Tento vzťah vyjadruje vzťah medzi elektrickým prúdom a veličinou nazývanou **intenzita magnetického poľa** (**H**). Je to vektorová veličina, ktorá je úzko spätá s magnetickou indukciou **B** – má rovnaký smer avšak na rozdiel od magnetickej indukcie jej veľkosť nezávisí od prostredia. Jednotkou intenzity magnetického poľa je **ampér na meter** [$\text{A}\cdot\text{m}^{-1}$].

Vzťah medzi magnetickou indukciou **B** a intenzitou magnetického poľa **H** je možné matematicky zapísať takto:

$$\mathbf{B} = \mu \mathbf{H} \quad (3.6)$$

kde μ - permeabilita prostredia (materiálu) uvedená vo vzťahu 3.5. Napriek zdanlivo jednoduchšej podobe vzťahu, nie je permeabilita feromagnetických materiálov konštantná ale závisí od veľkosti intenzity magnetického poľa, a preto *nie je vzťah 3.6 lineárny* (jeho grafickým znázornením nebude priamka). Z toho vyplýva, že pri analýze magnetických obvodov nie je vo všeobecnosti možné pri znalosti veľkosti intenzity magnetického poľa vypočítať magnetickú indukciu a naopak. V takom prípade je potrebné mať k dispozícii experimentálne zistenú závislosť medzi **B** a **H** pre konkrétny materiál odkiaľ môžeme pre

danú hodnotu \mathbf{B} resp. \mathbf{H} odčítať príslušnú hodnotu \mathbf{H} resp. \mathbf{B} . Táto závislosť sa nazýva **magnetizačná krivka**, a jej priebeh pri začiatku magnetizácie materiálu sa nazýva **krivka prvotnej magnetizácie**. Na Obr. 3.4 sú uvedené krivky prvotnej magnetizácie pre niektoré materiály.



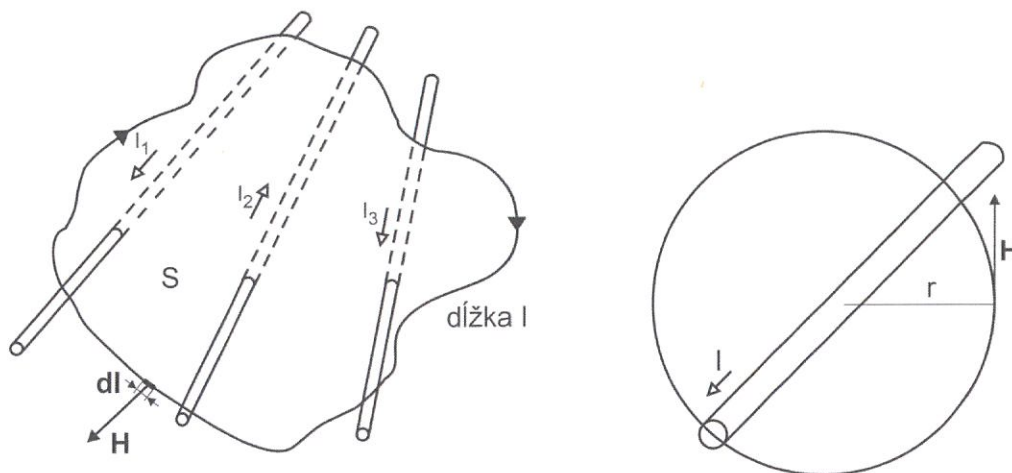
Obr. 3.4 Krivky prvotnej magnetizácie pre rôzne materiály (1 – ocelový plech, žihaný 2 – plech z kremikovej ocele, žihaný, obsah Si 2,5%, 3 – mäkká ocel/liatina, 4 – volfrámová ocel, 5 – magnetová ocel, 6 – železná liatina, 7 – nikel, 99%, 8 – kobaltová liatina, 9 – magnetit, Fe_2O_3) [16]

Ampérov zákon celkového prúdu vyjadruje vzťah medzi **magnetickým napätím** (U_m) pozdĺž určitej krivky a celkovým prúdom vo vodičoch, ktoré táto krivka obklopuje. Slovné znie:

Magnetické napätie pozdĺž krivky s dĺžkou L sa rovná celkovému prúdu prechádzajúcemu plochou S , ktorej okraj tvorí krivka L .

$$\oint \mathbf{H} d\mathbf{l} = \sum \pm I \quad (3.7)$$

príčom ľavá strana rovnice predstavuje magnetické napätie. Vo všeobecnom vyjadrení je potrebný krivkový integrál pretože vektor \mathbf{H} nie je všeobecne konštantný a je potrebné integrovať magnetické napätie po celej dĺžke krivky (teda „sčítať“ nekonečne malé prírastky magnetického napätia). Rovnako je potrebné vziať do úvahy kosínus uhla medzi orientovaným elementárnym prírastkom dĺžky $d\mathbf{l}$ a vektorom \mathbf{H} (Obr. 3.5 vľavo). Znamienko prúdu na pravej strane sa vyhodnotí podľa pravidla pravej ruky : prsty ukazujú smer orientácie krivky a ak je smer prúdu zhodný so smerom palca, má kladné znamienko (prúd I_2).



Obr. 3.5 Ampérov zákon celkového prúdu vo všeobecnej podobe (vľavo) a pre jeden priamy vodič (vpravo)

V praktických prípadoch spravidla nie je nutné používať zákon celkového prúdu vo všeobecnej forme s krivkovým integrálom, pretože sa uvažuje konštantnosť vektora \mathbf{H} pozdĺž celej krivky, pričom v každom bode je jeho smer zhodný so smerom orientácie elementu $d\mathbf{l}$. Z toho vyplýva, že na ľavej strane budeme mať jednoduchý súčin $U_m = H \cdot l$, kde l – dĺžka krivky, ktorá môže predstavovať napr. kružnicu alebo štvorec (obdĺžnik) podľa geometrie magnetického obvodu. V prípade magnetického poľa v okolí priameho vodiča môžeme vzťah medzi intenzitou magnetického poľa a elektrickým prúdom pretekajúcim vodičom vyjadriť pomocou zákona celkového prúdu ak uvažovanou krivkou bude kružnica – v takom prípade sú všetky body krivky rovnako vzdialené od osi vodiča, a preto aj \mathbf{H} bude konštantné. Navyše smer \mathbf{H} má v každom bode smer dotčnice, a je teda zhodný s orientáciou dĺžkového elementu $d\mathbf{l}$. Preto platí:

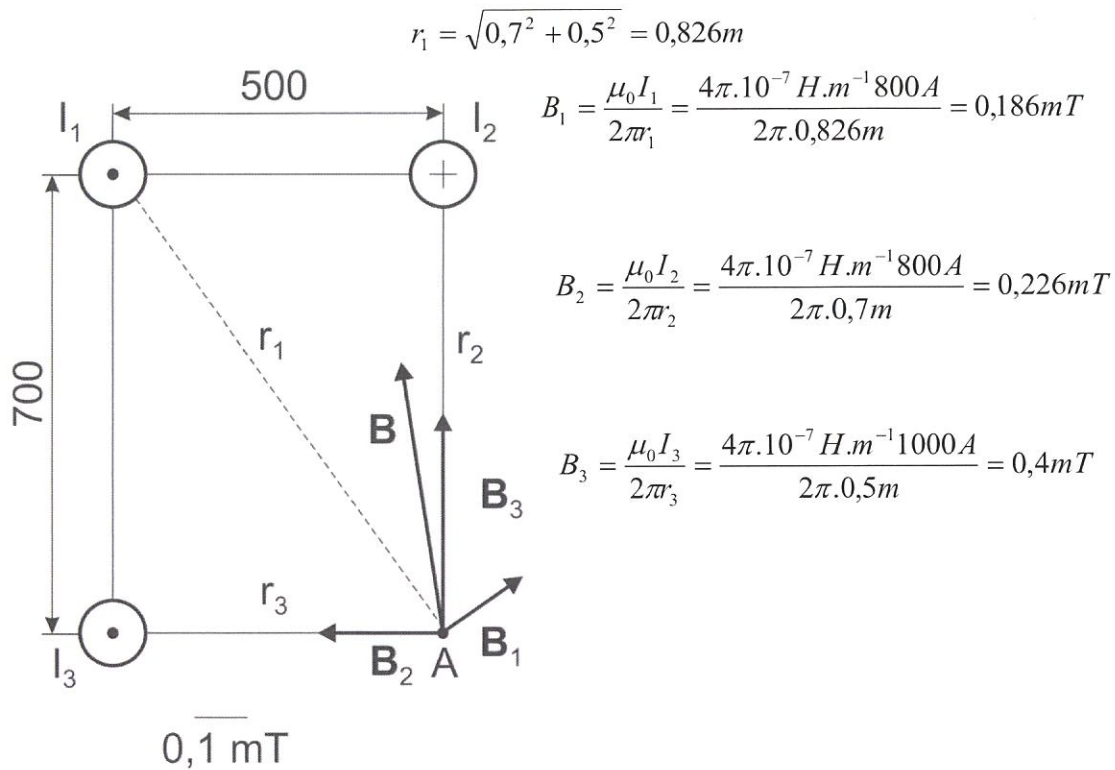
$$H 2\pi r = I \Rightarrow H = \frac{I}{2\pi r}$$

Príklad 3.1

V bode A (viď obrázok) je umiestnený elektrický merací prístroj. V určitej vzdialenosti od tohto bodu sú 3 vodiče, ktorými preteká elektrický prúd. Úlohou je určiť či bude údaj meracieho prístroja ovplyvnený vonkajším magnetickým poľom vytvoreným vodičmi. O ovplyvnení rozhoduje maximálna veľkosť vektora magnetickej indukcie v danom bode $\mathbf{B}_{\max} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ T}$. Vodičmi prechádzajú prúdy $I_1 = I_2 = 800 \text{ A}$ a $I_3 = 1000 \text{ A}$. Prostredím je vzduch, pre ktorý platí $\mu_r \cong 1$, a teda $\mu = \mu_0$.

Zadanie úlohy odpovedá určeniu výsledného vektora magnetickej indukcie \mathbf{B} a jeho porovnanie s hodnotou \mathbf{B}_{\max} . V predošlom bolo uvedené aký vzťah platí pre výpočet intenzity magnetického poľa v okolí priameho vodiča. Keďže všetky body sú rovnako vzdialené od osi vodiča, je \mathbf{H} po celej kružnici konštantné. Vektor \mathbf{H} bude tvoriť kolmicu k spojnici bodu A a príslušného vodiča, ostáva len určiť jeho podľa prvého pravidla pravej ruky. Smery prúdov v jednotlivých vodičov sú naznačené v ich osi (plný čierny krúžok znamená smer pred plochu a znamienko plus znamená smer za plochu). V súlade s týmito smermi má vektor \mathbf{B}_2 vľavo od kolmice a vektory \mathbf{B}_1 a \mathbf{B}_3 vpravo od kolmice.

Ich veľkosti môžeme vypočítať nasledovne:



Pre určenie výsledného vektora \mathbf{B} v bode A je potrebné jednotlivé príspevky od príslušných vodičov (vektorovo) sčítať. Graficky je výsledný vektor \mathbf{B} zobrazený na obrázku a jeho veľkosť je možné vypočítať nasledovne:

$$B' = \sqrt{B_1^2 + B_2^2} = \sqrt{0,186^2 + 0,226^2} \cong 0,293mT$$

$$B = \sqrt{B'^2 + B_3^2} = \sqrt{0,293^2 + 0,4^2} \cong \underline{\underline{0,496mT}}$$

Veľkosť výsledného vektora \mathbf{B} v bode A je 0,496 mT. Vidíme, že \mathbf{B}_{\max} má hodnotu 0,5 mT, a teda že veľkosť výsledného vektora je menšia. Je však potrebné zobrať do úvahy, že rozdiel odpovedá iba 0,004 mT čo pri určitej tolerancii pre určenie \mathbf{B}_{\max} môže znamenať vysokú pravdepodobnosť ovplyvnenia údajov.

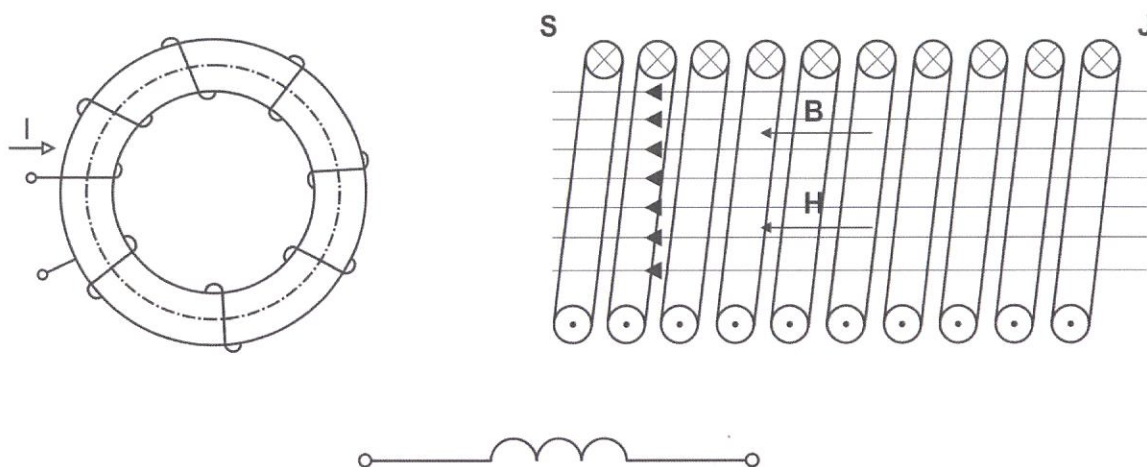
3.4 Cievka

Cievka je pasívny prvok, ktorý tvorí vodič vinutý vo forme závitov, ktoré vytvárajú dutinu. V tejto dutine je koncentrované magnetické pole, preto cievku môžeme považovať za zásobník energie magnetického poľa. Na Obr. 3.2 v kapitole 3.1 bolo znázornené magnetické pole pomocou siločiar v osi závitov. Ak si predstavíme N takýchto závitov vedľa seba, je možné získať predstavu o podobe magnetického poľa vnútri dutiny cievky.

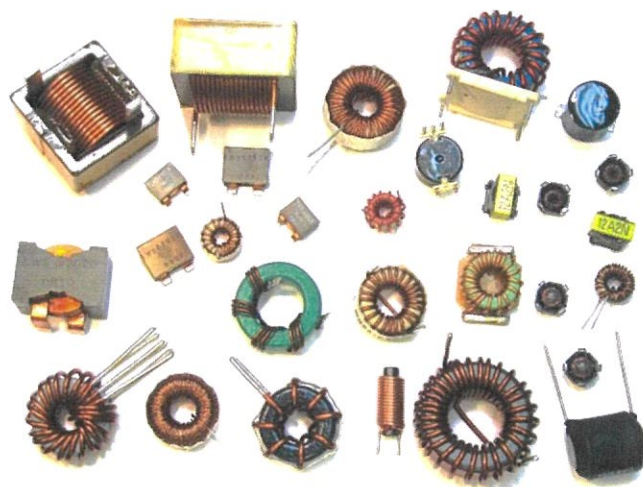
Na Obr. 3.6 vľavo je znázornený typ cievky s prstencovým jadrom, nazývanej tiež *toroidná cievka* (toroid). Magnetické pole je sústredené do prstenca, ktorý je obklopený závitmi cievky. Na Obr. 3.6 vpravo je znázornená *jednovrstvová cievka*, ktorú možno vnímať ako časť toroidu s nekonečne veľkým polomerom. Na obrázku sú tiež znázornené siločiar magnetického poľa

vnútri dutiny, ktoré odpovedajú homogénnemu magnetickému poľu (t.j. vektor \mathbf{B} resp. \mathbf{H} má v každom bode poľa rovnaký smer aj veľkosť). Magnetické siločiarly sú v dutine cievky orientované od južného pólu (J) k severnému (S) a mimo dutiny od severného k južnému (pripomeňme si, že magnetické siločiarly sú uzavreté do seba). Smer vektorov magnetickej indukcie a intenzity magnetického poľa môžeme zistiť pomocou *druhého pravidla pravej ruky*, podľa ktorého platí, že ak nám prsty ukazujú smer prúdu v závitoch cievky, tak palec ukazuje smer vektora \mathbf{B} resp. \mathbf{H} .

V elektrických schémach sa pre cievku používa značka uvedená na Obr. 3.6 dole. Ukážka rôznych typov skutočných cievok je uvedená na Obr. 3.7.



Obr. 3.6 Toroidná cievka (vľavo), magnetické pole v dutine jednovrstvovej cievky (vpravo) a schematická značka cievky (dole)



Obr. 3.7 Rôzne typy cievok [23]

3.4.1 Indukčnosť cievky

Podobne ako predošlé dva typy pasívnych prvkov (rezistory a kondenzátory), aj cievky majú charakteristický parameter, ktorý sa v ich prípade nazýva **indukčnosť** (L). Je možné ju definovať ako pomer magnetického toku a elektrického prúdu, ktorým je vyvolaný:

$$L = \frac{\phi}{I} \quad (3.8)$$

Ak má cievka N závitov, definuje sa tzv. *spriahnutý tok* (Ψ) a platí:

$$L = \frac{\Psi}{I} = \frac{N\phi}{I} \quad (3.9)$$

Jednotkou indukčnosti je **henry** [H]. Indukčnosť cievky s N závitmi a stredným polomerom R môžeme vypočítať na základe nasledujúceho vzťahu:

$$L = \frac{\mu N^2 S}{2\pi R} \quad (3.10)$$

kde S – plocha prierezu cievky. Tento vzťah je možné použiť aj pre výpočet indukčnosti jednovrstvovej cievky, kde menovateľ bude nahradený dĺžkou l tejto cievky. Je potrebné vziať do úvahy, že vo vzťahu figuruje permeabilita, ktorá pre feromagnetické materiály nie je konštantná. To obmedzuje jeho použitie len pre cievky bez feromagnetického jadra, prípadne pre cievky s jadrom kde hodnota prúdu (a teda aj intenzity magnetického poľa) je dostatočne malá na to aby bolo možné počítať s konštantnou hodnotou μ . Magnetické pole v okolí cievky má určitú *energiu*, ktorú môžeme vyjadriť takto:

$$W_M = \frac{1}{2} LI^2 \quad (3.11)$$

3.5 Zákon elektromagnetickej indukcie

Zákon elektromagnetickej indukcie bol objavený r.1831 nezávisle na sebe Michaelom Faradayom a Josephom Henrym. Keďže Michael Faraday uverejnil výsledky ako prvý, tento zákon sa tiež nazýva *Faradayov indukčný zákon*. Podľa neho dochádza pri časových zmenách magnetického toku k indukovaniu napätia po uzavretej dráhe, čo možno vyjadriť:

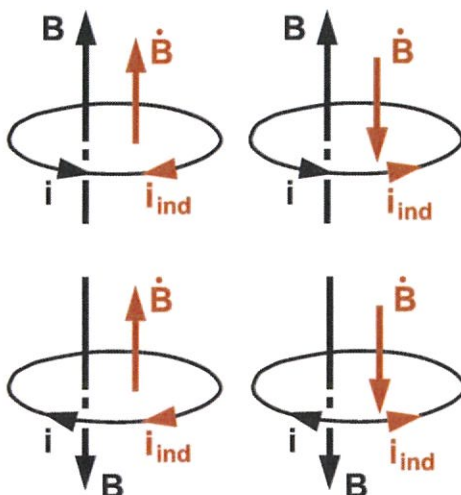
$$u_i = -\frac{d\phi}{dt} \quad (3.12)$$

Zo vzťahu vyplýva, že čím rýchlejšie sa mení magnetický tok v čase (časová derivácia má väčšiu hodnotu), tým väčšia je hodnota indukovaného napätia. Znamienko vo vzťahu vyjadruje **Lenzov zákon**:

Indukovaný prúd je orientovaný tak, že sa snaží zabrániť zmene, ktorá ho vyvolala.

Uvedený zákon je možné vysvetliť pomocou Obr. 3.8. Na obrázku je písmenom i označený prúd, ktorý spôsobuje časovú zmenu magnetického toku (naznačenie pomocou vektora \mathbf{B}). Jeho smer je navzájom opačný medzi prvým – druhým a tretím – štvrtým obrázkom. Symbolom $\dot{\mathbf{B}}$ je označená časová zmena magnetického toku (šípka hore znamená nárast toku v čase a šípka dole jeho pokles). Ak magnetický tok narastá (prvý a štvrtý obrázok), smer indukovaného prúdu (i_{ind}) smeruje proti smeru prúdu, ktorý vyvolal časovo premenný

magnetický tok (i). Ak magnetický tok klesá (druhý a tretí obrázok), smer indukovaného prúdu je v smere prúdu, ktorý vyvolal časovo premenný magnetický tok.



Obr. 3.8 K vysvetleniu Lenzovho zákona [16]

Keďže magnetický tok je vyjadrený ako súčin magnetickej indukcie a plochy (tok vektora magnetickej indukcie plochou), k jeho zmene môže dochádzať dvoma spôsobmi:

1. Zmenou veľkosti magnetickej indukcie – *kludová (transformátorová) indukcia*
2. Zmenou veľkosti plochy – *pohybová indukcia*

Smer indukovaného napätia v prípade pohybovej indukcie je možné zistiť podľa tzv. *tretieho pravidla pravej ruky*:

Ak položíme pravú ruku na vodič tak, aby magnetické siločiar vstúpili do dlane a palec ukazoval smer pohybu, prsty ukážu smer indukovaného napätia.

Ak sa vodič pohybuje v smere kolmom na smer magnetických siločiar, veľkosť indukovaného napätia je daná:

$$U_i = Bvl \quad (3.13)$$

kde v – rýchlosť pohybu vodiča a l – aktívna dĺžka vodiča (časť vodiča pretínajúca magnetické siločiar).

3.6 Magnetické obvody

Podobne ako elektrické obvody, v ktorých dochádza k vedeniu elektrického prúdu na príslušné miesto, je možné vytvárať aj magnetické obvody v ktorých sa vedie magnetický tok za účelom splnenia funkcie pre ktorú je obvod určený. Magnetický obvod bude obvykle budený zo zdroja elektrickej energie, pričom pri použití magneticke dobre vodivých materiálov (*feromagnetické materiály*) je možné predpokladať vybudenie magnetického poľa s relatívne veľkou hodnotou magnetickej indukcie pomocou relatívne malého elektrického prúdu.

Pri analýze magnetických obvodov sa s výhodou používa **analógia s elektrickými obvodmi** – ide však len o analógiu formálnu a nie fyzikálnu. Analógiu na úrovni veličín možno naznačiť takto:

<i>magnetický tok</i> (ϕ)	\leftrightarrow	<i>elektrický prúd</i> (I)
<i>magnetické napätie</i> (U_m)	\leftrightarrow	<i>elektrické napätie</i> (U)
<i>magnetický odpor</i> (R_m)	\leftrightarrow	<i>elektrický odpor</i> (R)
<i>magnetická vodivosť</i> (G_m)	\leftrightarrow	<i>elektrická vodivosť</i> (G)

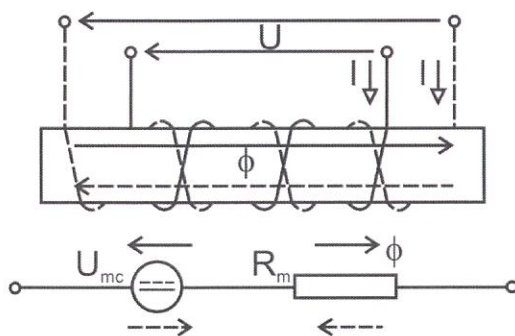
Veličiny magnetický tok a magnetické napätie boli definované v kapitole 3.1. Tu si ich pre prehľadnosť zopakujeme v podobe, v ktorej budú používané v analýze magnetických obvodov. *Magnetický tok* ϕ v magnetických obvodoch bude predstavovať hustotu toku vektora magnetickej indukcie \mathbf{B} kolmého k ploche S a *magnetické napätie* U_m bude odpovedať súčinu intenzity magnetickeho poľa \mathbf{H} a dĺžky l na ktorom je \mathbf{H} konštantné (resp. za také sa považuje). Teda platí:

$$\boxed{\phi = B.S \quad U_m = H.l} \quad (3.14)$$

Magnetické pole v magnetickom obvode sa vybudzuje pomocou cievky navinutej na jadre z feromagnetického materiálu. Budiace magnetické napätie U_{mc} je dané:

$$\boxed{U_{mc} = NI} \quad (3.15)$$

kde N – počet závitov cievky, I – prúd v cievke. Budenie v cievke spolu s analogickou elektrickou schémou je vyznačené na Obr. 3.9 pričom smer magnetickeho toku bude závisieť od smeru prúdu v cievke – pre určenie sa použije druhé pravidlo pravej ruky (na obrázku odlišené pomocou plnej a prerušovanej čiary).



Obr. 3.9 Budenie magnetickeho obvodu pomocou cievky (hore) a náhradná elektrická schéma (dole)

Veľkosť magnetickeho toku pri danom budení (NI) závisí od rozmerov magnetickeho obvodu a od druhu materiálu, čo je možné vyjadriť pomocou veličiny nazývanej **magnetický odpor** (R_m) (*reluktancia*) definovanej nasledovne:

$$\boxed{R_m = \frac{l}{\mu S}} \quad (3.16)$$

Jednotkou magnetického odporu je **henry na mínus prvú** [H⁻¹]. Prevrátenou hodnotou magnetického odporu je podobne ako v elektrických obvodoch **magnetická vodivosť**:

$$G_m = \frac{1}{R_m} \quad (3.17)$$

Je potrebné pripomenúť, že permeabilita μ nie je vo všeobecnosti v prípade feromagnetických materiálov konštantná, a teda ani magnetický odpor týchto materiálov nie je konštantný.

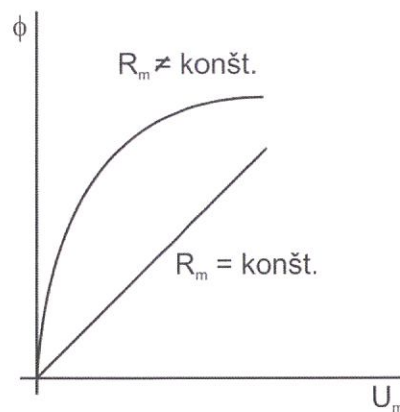
3.6.1 Základné zákony pre analýzu magnetických obvodov

Pri analýze sa využívajú (podobne ako pri elektrických obvodoch) tri zákony:

1. Hopkinsonov zákon (Ohmov zákon pre magnetické obvody)
2. I. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody
3. II. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody

Hopkinsonov zákon vyjadruje vzťah medzi magnetickým napätím, magnetickým tokom a magnetickým odporom a je definovaný nasledovne:

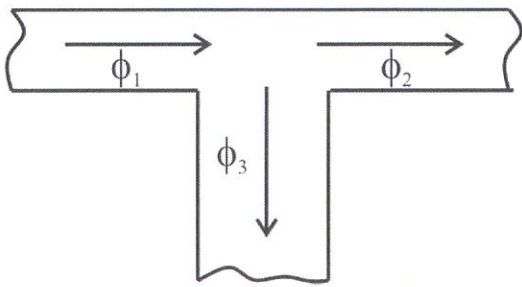
$$\phi = \frac{U_m}{R_m} \quad (3.18)$$



Obr. 3.10 Magnetizačná charakteristika pre feromagnetický materiál ($R_m \neq \text{konšt.}$) a diamagnetický materiál (napr. vzduch) ($R_m = \text{konšt.}$)

Charakteristika na Obr. 3.10 je analógiou voltampérovej charakteristiky v elektrických obvodoch, pričom v magnetických obvodoch sa nazýva *magnetizačná charakteristika*. Ak je magnetický odpor konštantný, bude mať táto charakteristika lineárny priebeh (to platí napr. pre vzduch). Pre feromagnetické materiály používané pri konštrukcii magnetických obvodov má charakteristika nelineárny priebeh obvykle vykazujúci *nasýtenie* (časť charakteristiky v ktorej sa magnetický tok už so zmenou magnetického napätia nebude ďalej meniť). Samotný priebeh magnetizačnej charakteristiky závisí od druhu materiálu a jej podoba pre deväť rôznych materiálov bola uvedená v kapitole

Kirchhoffove zákony pre magnetické obvody je možné definovať nasledujúcim spôsobom:

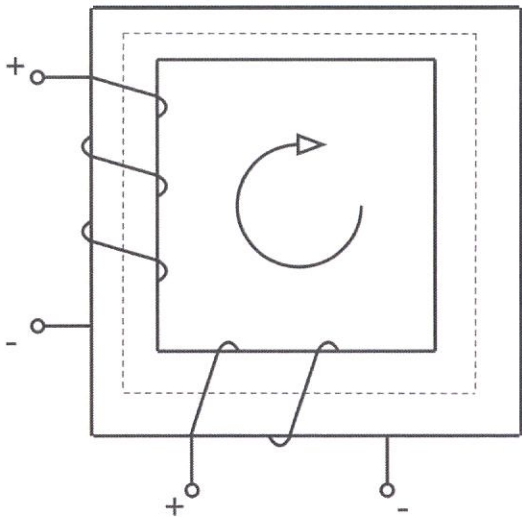


I. KZ

Algebraický súčet magnetických tokov v uzle sa rovná nule.

$$\sum_{k=1}^n \phi_k = 0, \text{ kde } n - \text{počet vetiev v uzle}$$

$$\phi_1 - \phi_2 - \phi_3 = 0$$



II. KZ

Algebraický súčet magnetických napätí v slučke sa rovná nule.

$$\sum_{k=1}^n U_{mk} = 0, \text{ kde } n - \text{počet vetiev v slučke}$$

$$U_{m1} + U_{m2} + U_{mc1} - U_{mc2} = 0$$

Alternatívne vyjadrenie:

$$\sum_{k=1}^n N_k I_k = \sum_{p=1}^q H_p l_p$$

I. KZ pre magnetické obvody je analógiou k I. KZ pre elektrické obvody. Týka sa magnetických tokov v uzle magnetického obvodu (naznačené na obrázku). Podobne ako v prípade elektrických prúdov, aj v tomto prípade znamienko príslušného toku v rovnici závisí od jeho smeru voči uzlu: – ak do uzla vstupuje, dostáva znamienko +, ak z neho vystupuje, dostáva znamienko -.

II. KZ pre magnetické obvody si vyžaduje spresnenie niektorých skutočností. V základnom vyjadrení je tiež analógiou II. KZ pre elektrické obvody – magnetické napätia U_m v slučke odpovedajú úbytkom napätí na pasívnych prvkoch a magnetické napätia U_{mc} odpovedajú budeniu prostredníctvom cievok. Ak si uvedomíme, že magnetické napätie je dané ako súčin intenzity magnetického poľa (H) a dĺžky úseku l na ktorom je H konštantné (vzťah 3.14) ako aj to, že budenie magnetického obvodu je rovné súčinu $N.I$ (vzťah 3.15), dostaneme alternatívne vyjadrenie II. KZ pre magnetické obvody, ktoré sa pre analýzu využíva častejšie.

3.6.2 Analýza magnetických obvodov

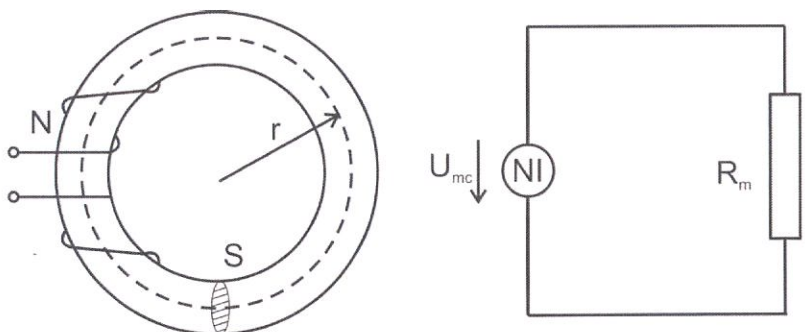
Pod pojmom analýza magnetických obvodov budeme (podobne ako v prípade elektrických obvodov) rozumieť výpočet hodnôt neznámych veličín zo známych. Vo všeobecnosti môže ísť o výpočet veľkosti elektrického prúdu potrebného pre vybudenie magnetického poľa s určitou hodnotou magnetickej indukcie alebo určenie veľkosti magnetického toku pri danom budení.

Presnosť riešenia magnetických obvodov je principiálne nižšia ako elektrických obvodov. Pri výpočtoch sa obvykle zanedbávajú rozptylové toky, počíta sa so strednou hodnotou magnetickej indukcie a využívajú sa experimentálne zistené magnetizačné charakteristiky, z ktorých odčítanie hodnôt vnáša do výsledku ďalšie nepresnosti. Niekedy sa nelineárna magnetizačná charakteristika nahradí priamkou (*linearizácia*) a môže sa počítať s konštantnou hodnotou permeability μ - to však platí len pre relatívne malé hodnoty elektrického prúdu v počiatku charakteristiky.

Pri riešení magnetických obvodov je výhodné kreslenie schém *analogických elektrických obvodov*. V schéme analogického elektrického obvodu platí nasledujúca analógia

$$\begin{aligned} \text{budenie } (N.I) &\leftrightarrow \text{napät'ový zdroj} \\ \text{úsek feromagnetika dĺžky } l &\leftrightarrow \text{nelineárny odpor} \\ \text{úsek vzduchovej medzery dĺžky } l_v &\leftrightarrow \text{lineárny odpor} \end{aligned}$$

Pokiaľ sú dva úseky magnetického obvodu z rovnakého materiálu a ich prierez je tiež rovnaký, považujeme tieto úseky za **homogénne** (intenzita magnetickej poľa je na takom úseku konštantná). Ako príklad môžeme uviesť magnetický obvod tvorený cievkou s toroidným jadrom z feromagnetického materiálu (Obr. 3.11). Cievka má N závitov, plochu (kruhového) prierezu S a stredný polomer r . Vpravo na obrázku môžeme vidieť analogickú elektrickú schému – v schéme je jeden zdroj odpovedajúci budeniu $N.I$ a nelineárny odpor R_m odpovedajúci jednému homogénnemu úseku z feromagnetického materiálu (celé jadro je z toho istého materiálu a jeho prierez sa nemení).

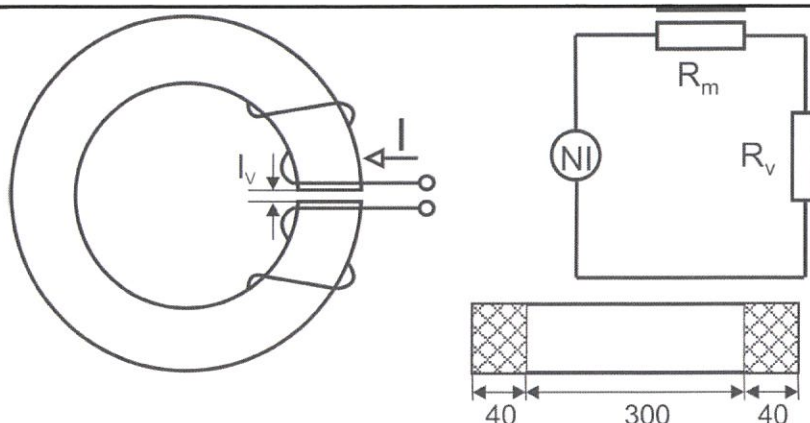


Obr. 3.11 Jednoduchý magnetický obvod s jedným homogénnym úsekom (vľavo) a jeho analogická elektrická schéma (vpravo)

Príklad 3.2

Vypočítajte aký prúd je potrebný pre vybudenie magnetickej poľa s indukciou $B_v = 1,6 \text{ T}$ vo vzduchovej medzere toroidnej cievky ak je šírka vzduchovej medzery $l_v = 4 \text{ mm}$, počet závitov $N = 1200$ a jadro je z kremíkovej ocele (charakteristika na Obr. 3.4).

Na obrázku vidíme znázornenie toroidu spolu s vyznačením šírky vzduchovej medzery a geometrické parametre obvodu. Uvedená je tiež analogická elektrická schéma, ktorá obsahuje tri dvojpolý: budenie cievky NI , jeden nelineárny odpor R_m a jeden lineárny odpor R_v . Nelineárny odpor odpovedá homogénnemu úseku tvorenému jadrom z feromagnetického materiálu (kremíková oceľ). Lineárny odpor odpovedá vzduchovej medzere, ktorej magnetický odpor je konštantný (vzduch nie je feromagnetický materiál).



Môžeme vyjsť z upraveného II. KZ pre magnetické obvody – obvod má dva homogénne úseky s dĺžkou l_m a l_v na ktorých považujeme intenzitu magnetického poľa (H_m a H_v) za konštantnú, takže platí:


$$H_v l_v + H_m l_m = NI \Rightarrow I = \frac{H_v l_v + H_m l_m}{N}$$

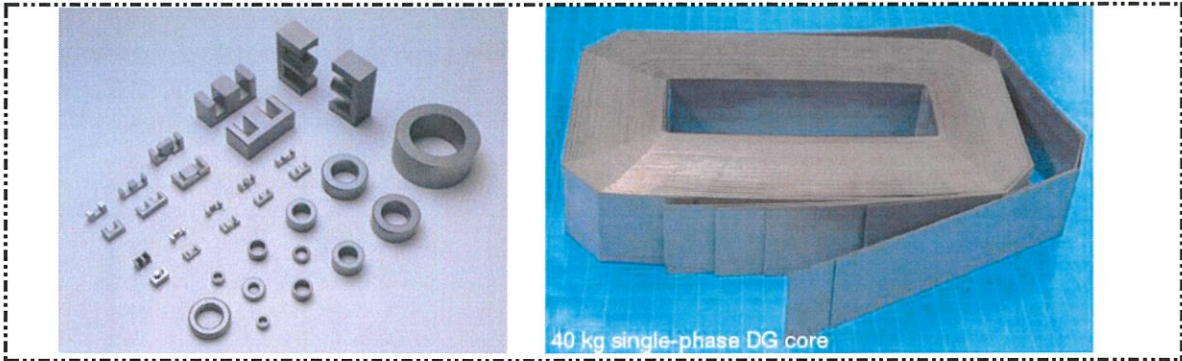
Intenzitu magnetického poľa vo vzduchovej medzere vypočítame:

$$H_v = \frac{B_v}{\mu_0} = \frac{1,6 T}{4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}} = 1,273 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-1}$$

Ak nebudeme uvažovať rozptyl, môžeme považovať $B_v = B_m$ a určiť intenzitu magnetického poľa podľa charakteristiky na Obr. 3.4 pre kremíkovú oceľ. Pre $B = 1,6 \text{ T}$ dostávame približne $H_m = 88 \text{ A.m}^{-1}$. Magnetické napätie počítame pozdĺž strednej siločiar, teda kružnice s priemerom 340 mm (celý vnútorný priemer toroidu a dvakrát polovica rozmeru štvorcového prierezu). Potom platí:

$$I = \frac{1,273 \cdot 10^6 \text{ A.m}^{-1} \cdot 0,003 \text{ m} + 88 \text{ A.m}^{-1} \cdot (2\pi \cdot 0,17 \text{ m} - 0,003 \text{ m})}{1200} = \underline{\underline{3,26 \text{ A}}}$$

 *Materiály používané pre konštrukciu magnetických obvodov musia mať vysoké hodnoty relatívnej permeability (rádovo 10^3 až 10^5) aby bolo možné pomocou relatívne malého elektrického prúdu vybudit' silné magnetické pole. Vo väčšine prípadov ide o železo (čisté alebo s obsahom kremíka). V niektorých prípadoch sa používajú zliatiny železa, niklu a kobaltu, prípadne iných kovov (permalloy – zliatina obsahujúca 20% železa a 80% niklu). Jadrá transformátorov pre veľmi vysoké frekvencie sa vyrábajú z mäkkých feritov (obrázok vľavo) [24]. Pre permanentné magnety sa používa kalená alebo legovaná oceľ, zliatiny hliníka, niklu, kobaltu a železa (Alnico, Alni) alebo tvrdé ferity. Jadrá transformátorov sú obvykle konštruované z tenkých (transformátorových) plechov z dôvodu potlačenia efektu vírivých prúdov (obrázok vpravo) [25].*



Príklad 3.3

V tomto príklade opäť ilustrujeme výhodu použitia softvéru pri analýze magnetických obvodov. Predmetným systémom bude elektromagnetický ventil – elektromechanické zariadenie umožňujúce reguláciu prietoku pracovného média (napr. stlačeného vzduchu alebo hydraulického kvapaliny). Základnými funkčnými časťami elektromagnetického ventilu sú: kotva, cievka (tiež nazývaná solenoid) a pružina. Keď cievkou bude prechádzať prúd, vytvorí sa magnetické pole, silovým pôsobením ktorého dochádza k vŕhovaniu kotvy do stredu cievky. Sila pružiny vracia ventil do pôvodnej pozície keď cievkou neprechádza prúd. Analyzujeme dynamiku (priebehy veličín v čase) ventilu po pripojení ventilu k napájaniu a jeho zaťaženie vonkajšou silou a vypočítajme tiež ustálenú hodnotu magnetického toku v obvode.

Schéma znázorňuje vnútornú štruktúru modelu odpovedajúcu fyzikálnemu princípu funkcie solenoidového ventilu. Bloky označené V+ a V- znázorňuje privedenie napájacieho napätia s vyznačenou polaritou (50V). Rezistor R odpovedá elektrickému odporu vinutia cievky a jeho hodnota je 1000Ω , z čoho vyplýva, že prúd cievkou bude $I = U/R = 50V/1000\Omega = 50mA$. Blok označený cievka predstavuje prepojenie elektrických a magnetických veličín vo forme vzťahu 3.15 (teda magnetické napätie je rovné budeniu cievky). Počet závitov cievky je $N = 5500$.

$$U_m = NI = 5500 \cdot 0,05A = 275Az$$

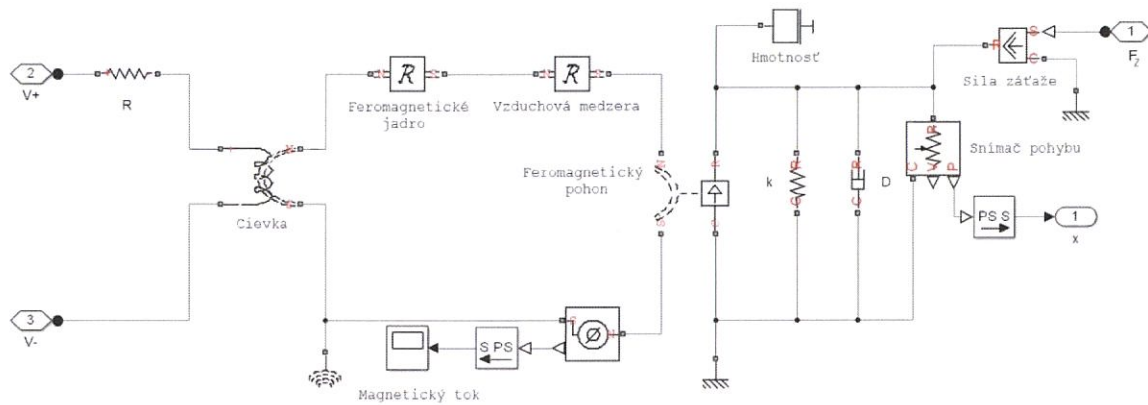
Bloky označené symbolom \mathcal{R} predstavujú úseky magnetického obvodu s určitou hodnotou magnetického odporu R_m . Aj napriek tomu, že vo všeobecnosti nie je R_m pre feromagnetický materiál konštantný, v tomto prípade sa uvažuje lineárna závislosť medzi magnetickou indukciou B a intenzitou magnetického poľa H (a teda konštantný magnetický odpor). Jadro má dĺžku $l = 8 \text{ cm}$, plochu prierezu $S = 4 \text{ cm}^2$ a uvažuje sa $\mu_r = 4000$. Vzduchová medzera má šírku $l_v = 0,65 \text{ mm}$, plochu prierezu $S = 4 \text{ cm}^2$ a $\mu_r = 1$. Magnetické odpory oboch úsekov teda sú:

$$R_{mj} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{l}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{0,08}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 4000 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 39789 H^{-1}$$

$$R_{mv} = \frac{0,65 \cdot 10^{-3}}{4\pi \cdot 10^{-7} \cdot 1 \cdot 4 \cdot 10^{-4}} = 1,293 \cdot 10^6 H^{-1}$$

Vieme, že podľa Hopkinsovho zákona je magnetický tok magnetickým obvodom daný

$$\phi = \frac{U_m}{R_m} = \frac{U_m}{R_{mj} + R_{mv}} = \frac{275Az}{1,33 \cdot 10^6 H^{-1}} = \underline{\underline{2,06 \cdot 10^{-4} Wb}}$$

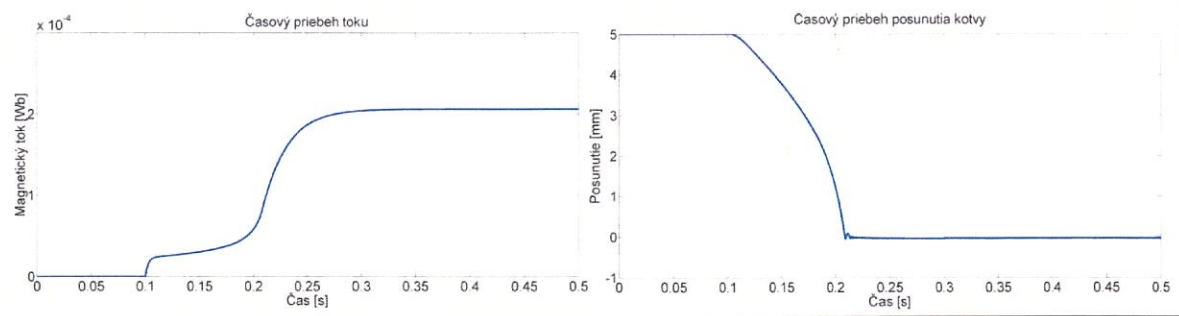


Blok feromagnetického pohonu predstavuje väzbu medzi magnetickými (magnetický tok) a mechanickými (sila) veličinami. Kotva ventilu je totiž do dutiny cievky vťahovaná silou, ktorej veľkosť sa dá vyjadriť nasledovne:

$$F = -\frac{1}{2} \frac{dR_m}{dx} \phi^2$$

kde x – posunutie. Sila je teda tým väčšia, čím väčšia je zmena magnetického odporu obvodu s posunutím a čím je väčší magnetický tok. Z mechanického hľadiska môžeme dynamiku kotvy popísať ako mechanický oscilátor – paralelné prepojenie pružiny s tuhosťou k (tu 200 N.m^{-1}) a tlmiča s koeficientom viskózneho trenia D (tu 20 N.s.m^{-1}) a pripojenou záťažou s hmotnosťou m (tu $0,1 \text{ kg}$).

Na obrázku dole môžeme vidieť priebeh magnetického toku v čase po pripojení ventilu k napájaciemu napätiu (v čase $0,1 \text{ s}$ – všimnime si ustálenú hodnotu toku, ktorá je v súlade s našim výpočtom) ako aj priebeh posunutia kotvy.



Zhrnutie

1. Ak sa elektrický náboj pohybuje (elektrický prúd) pôsobí na neho okrem elektrickej sily aj sila nazývaná magnetická. Hlavnou veličinou, ktorá charakterizuje magnetické pole z hľadiska silového pôsobenia sa nazýva magnetická indukcia. Je to vektorová veličina označená B a jej jednotkou je tesla (T). V každom má smer dotyčnice

k siločiare magnetického poľa. Veličina, ktorá má rovnaký smer avšak nezávisí od prostredia nazývame intenzita magnetického poľa (H) a jej jednotkou je ampér na meter (A/m).

2. Smer vektora B alebo H sa určuje prvým pravidlom pravej ruky. Magnetické pole v okolí dlhého priameho vodiča má tvar sústredných kružníc so stredom v osi vodiča. Ak vytvoríme z vodiča závit, vektor B resp. H je v osi závitov kolmý k jeho rovine a smeruje nad alebo pod plochu závitov podľa smeru prúdu v závitoch.
3. Veličinu ktorá definuje tok vektora magnetickej indukcie nejakou plochou sa nazýva magnetický tok (Φ) a jej jednotkou je weber (Wb). Ak je magnetické pole homogénne a vektor B je kolmý na plochu ktorú uvažujeme, vyjadri sa magnetický tok jednoducho ako súčin veľkosti B a veľkosti plochy S .
4. Niektoré materiály vonkajšie magnetické pole zoslabujú, iné ho zosilňujú alebo výrazne zosilňujú. Podľa toho ich delíme na para-, dia- a feromagnetické a tento efekt posudzujeme podľa veličiny nazývanej permeabilita, ktorá sa označuje μ a jej jednotkou je henry na meter (H/m). Čím výraznejšie zosilňujú účinky vonkajšieho magnetického poľa, tým je väčšia ich hodnota relatívnej permeability μ_r .
5. Pri analýze magnetických obvodov je veľmi dôležitý vzťah medzi elektrickými a magnetickými veličinami, ktorý matematicky popisuje Ampérov zákon celkového prúdu a podľa ktorého sa celkové magnetické napätie pozdĺž nejakej krivky rovná súčtu prúdov, ktoré táto krivka obklopuje.
6. Cievka je pasívny prvok tvorený vinutím vytvárajúcim dutinu v ktorej je koncentrované magnetické pole. V dutine môže byť umiestnené feromagnetické jadro, ktoré výrazne zosilňuje účinky magnetického poľa. Charakteristickým parametrom cievok je indukčnosť (L), ktorej jednotkou je henry (H). Čím väčší je magnetický tok vytvorený pri danej hodnote elektrického prúdu a danom počte závitov, tým väčšiu má cievka indukčnosť.
7. Pokiaľ dochádza k zmene magnetického toku v čase, indukuje sa napätie čo sa nazýva zákon elektromagnetickej indukcie. Ak dochádza k zmene toku veľkosťou magnetickej indukcie, ide o kludovú indukciu, pokiaľ dochádza k zmene toku veľkosťou plochy ide o pohybovú indukciu. Smer indukovaného prúdu je taký, že sa snaží zabrániť zmene, ktorá ho vyvolala (Lenzov zákon).
8. Pri analýze magnetických obvodov sa využívajú obdobné zákony ako v prípade elektrických obvodov, ktoré sa tu nazývajú Hopkinsonov zákon, I. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody a II. Kirchhoffov zákon pre magnetické obvody. Využíva sa tiež formálna analógia s elektrickými veličinami, kde elektrické napätie zastupuje magnetické napätie, elektrický prúd zastupuje magnetický tok a elektrický odpor zastupuje magnetický odpor. Magnetický odpor feromagnetík nie je konštantný, kvôli čomu je často nutné používať experimentálne zistené charakteristiky magnetických materiálov.